الحركة والتحريك

الوحدة الأولى

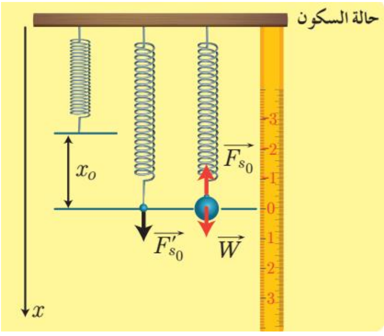
النواس المرن

قوة الإرجاع

يهتز جسم بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة ثابت صلابته k برهن أن محصلة القوى المؤثرة بمركز عطالة الجسم هي من الشكل $F = -Kx$.

a-حالة السكون

يستطيل النابض مسافة x_0 بعد تعليق الجسم فيه



ويتوازن الجسم بتأثير قوتين: قوة ثقله $\vec{w}$ - وقوة توتر النابض $\overrightarrow{F_{s_0}}$

وبما أنّ الجسم ساكن: $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$$\vec{w} + \overrightarrow{F_{s_0}} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحو الأسفل:

$$W - F_{s_0} = 0$$

$$W = F_{s_0}$$

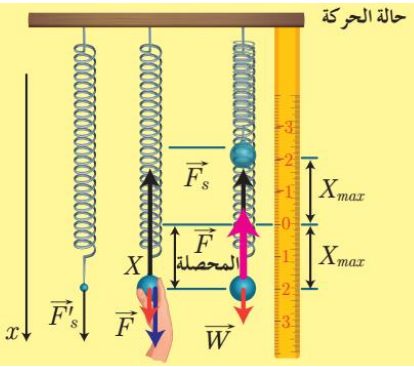
تؤثر في النابض القوة $\overrightarrow{F'_{s_0}}$ التي تسبّب له الاستطالة x_0

حيث أننا نجد: $F'_{s_0} = F_{s_0} = kx_0$

بالتعويض نجد: $W = kx_0$

يسمى المقدار x_0 الاستطالة السكونية.

b-حالة الحركة



القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم:

قوة توتر النابض: $\overrightarrow{F_S}$ - وقوة الثقل: $\overrightarrow{W}$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{w} + \overrightarrow{F_S} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحو الأسفل:

$$W - F_S = ma$$

تؤثر في النابض القوة $\overrightarrow{F'_S}$ التي تسبّب له الاستطالة $(\bar{x} + x_0)$

حيث: $F'_S = F_S = K(\bar{x} + x_0)$

بالتعويض نجد: $W - K(\bar{x} + x_0) = m\bar{a}$

$$W - K\bar{x} - Kx_0 = m\bar{a}$$

و لكن: $W = F_{S_0} = Kx_0$

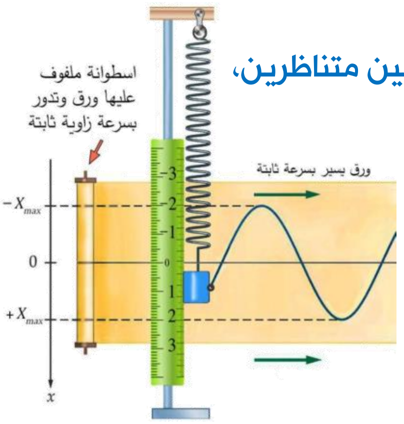
$$-K\bar{x} = m.\bar{a} = \bar{F}$$

$$\boxed{F = -K\,\bar{x}}$$

النتيجة:

إنّ محصلة القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم في كل لحظة هي قوة إرجاع لأنّها تعيد الجسم إلى مركز الاهتزاز دوماً، وهي تتناسب طرداً مع المطال $\bar{x}$، وتعاكسه بالإشارة.

استنتاج طبيعة حركة النواس المرن



يتغيّر مطال الجسم (زيادة ونقصان) بمرور الزمن حيث يتحرك الجسم بين وضعين متناظرين، وضح بالعلاقات طبيعة هذه الحركة انطلاقاً من العلاقة:

$$\boxed{F = -K\,\bar{x}}$$

إنّ محصلة القوى الخارجية التي يخضع لها مركز عطالة الجسم تعطى بالعلاقة:

$$\bar{F} = -K\bar{x} = m\bar{a}$$

$$\bar{a} = -\frac{k}{m}\bar{x}$$

$$(x)''_t = -\frac{K}{m}\bar{x} \;\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \;\ldots\ldots\; (2)$$

للتحقّق من صحة الحل نشتق التابع (2) مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$(\bar{x})'_t = v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = a = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2\bar{x} \;\ldots\ldots\; (3)$$

بالمقارنة بين (1) و (3) نجد أن:

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \;\Rightarrow\; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

وهذا محقق لأنّ m، K موجبان وبالتالي حركة النواس المرن هي حركة جيبة انسحابية والشكل العام للتابع الزمني للمطال (الموضع) يعطى بالعلاقة :

$$\boxed{\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})}$$

حيث:

$\bar{x}$: المطال أو (موضع الجسم) في اللحظة t و يقدَر بواحدة m .

X_{max} : سعة الحركة وتقدّر بواحدة m .

ω_0 : النبض الخاص الحركة ويقدّ ر بواحدة $rad.s^{-1}$.

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t.

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي في اللحظة $t=0$ و يقدر بواحدة rad.

ندعو كل من X_{max} ، ω_0 ، $\bar{\varphi}$ ثوابت الحركة.

لاستنتاج علاقة الدور الخاص للنواس المرن

$$\left.\begin{aligned}\omega_0 &= \frac{2\pi}{T_0}\\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{K}{m}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنواس المرن غير المتخامد.

من العلاقة السابقة أستنتج أنّ الدور الخاص:

أ-لا يتعلق بسعة الاهتزاز X_{max} .

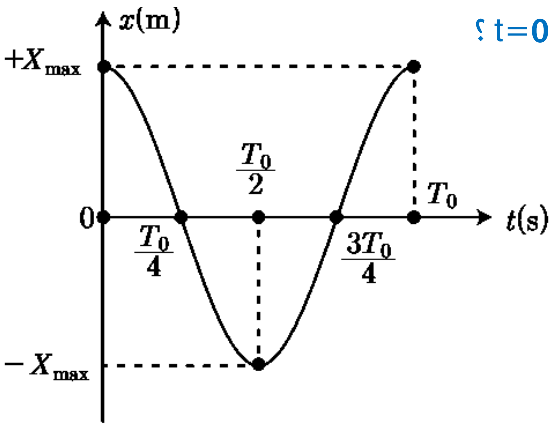
ب-يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتز m.

ج-يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض K.

توابع حركة النواس المرن

1-تابع المطال

الشكل العام للتابع الزمني للمطال: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ ما شكل هذا التابع بفرض أنّ الجسم كان في مطاله الأعظمي الموجب $x = +X_{max}$ في اللحظة t=0 ؟



أعوّض في الشكل العام لتابع المطال:

$$X_{max} = X_{max}\cos(0 + \bar{\varphi})$$

$$X_{max} = X_{max}\cos(\bar{\varphi})$$

$$\cos\bar{\varphi} = 1$$

$$\varphi = 0\ rad$$

فيأخذ التابع شكلاً مختزلاً: $\bar{x} = X_{max}\cos\omega_0 t$

لدينا: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ وبالتالي: $\bar{x} = X_{max}\cos\frac{2\pi}{T_0}t$

-ارسم المنحني البياني لتغيّرات المطال بدلالة الزمن خلال دور واحد.

-حدّد المواضع التي يأخذ فيها المطال:

a) قيمة عظمى (طويلة).

b) قيمة معدومة.

سؤال: حدد موضع الجسم في اللحظة $t = \frac{3T_0}{2}$.

أستنتج:

-المطال أعظمي (طويلة) عند التواجد في الوضعين الطرفيين $= x = |\mp X_{max}|$.

-المطال معدوم عند المرور في مركز الاهتزاز $x=0$.

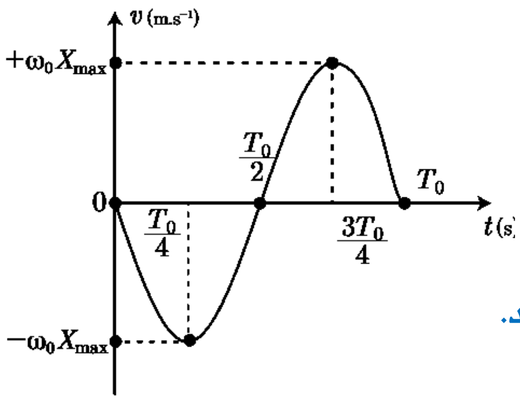
2- تابع السرعة

إنّ تابع السرعة هو المشتق الأول لتابع المطال بالنسبة للزمن:

$$\bar{v} = (\bar{x})'_t$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t)$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \frac{2\pi}{T_0} t$$



- ارسم المنحني البياني لتغيّرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور واحد.
- حدّد المواضع التي تأخذ فيها السرعة:

a) قيمة عظمى (طويلة).

b) قيمة معدومة.

أستنتج:

- السرعة أعظمية (طويلة) $v_{max} = |\mp\omega_0 X_{max}|$ عند المرور في مركز الاهتزاز.
- السرعة معدومة $v=0$ عند التواجد في الوضعين الطرفيين.

سؤال: حدد قيمة السرعة وجهة حركته في اللحظة $t = \frac{5T_0}{4}$

3- تابع التسارع

إنّ تابع التسارع هو المشتق الأول لتابع السرعة بالنسبة للزمن، وهو المشتق الثاني لتابع المطال بالنسبة للزمن:

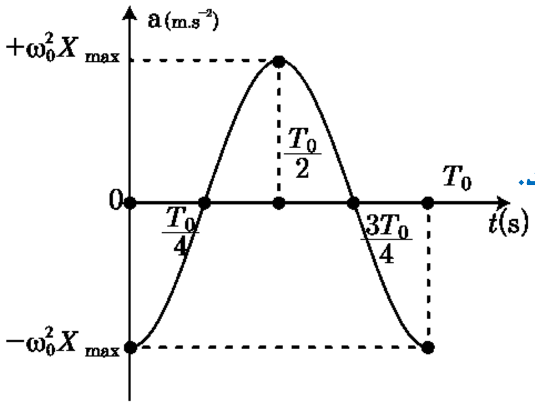
$$\bar{a} = (\bar{v})'_t = (\bar{x})''_t$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t)$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 X_{max} \cos \omega_0 t$$

و هو تابع التسارع بدلالة المطال: $\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x}$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 X_{max} \cos \frac{2\pi}{T_0} t$$



- ارسم المنحني البياني لتغيّرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور واحد.
- حدّد المواضع التي يأخذ فيها التسارع:

a) قيمة عظمى (طويلة). b) قيمة معدومة.

- أتساءل هل قيمة التسارع ثابتة أم متغيّرة خلال حركة الجسم؟

أستنتج:

- التسارع أعظمي (طويلة) $a_{max} = |\mp\omega_0^2 X_{max}|$ عند التواجد في الوضعين الطرفيين.
- التسارع معدوم $a=0$ عند المرور في مركز الاهتزاز.
- التسارع غير ثابت تتغيّر قيمته بتغيّر المطال.
- سؤال: حدد قيمة التسارع في اللحظة $t = \frac{5T_0}{2}$

الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة:

الطاقة الميكانيكية للنواس المرن هي مجموع الطاقتين: الكامنة و الحركية:

$$E_{tot} = E_P + E_K \ldots\ldots\ldots (1)$$

-الطاقة الكامنة المرونية للنابض هي: $E_P = \frac{1}{2}Kx^2$

نعوض تابع المطال فتصبح العلاقة: $E_P = \frac{1}{2}KX_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

-الطاقة الحركية للجسم هي: $E_K = \frac{1}{2}mv^2$

نعوض تابع السرعة فتصبح العلاقة: $E_K = \frac{1}{2}m\omega_0^2X_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

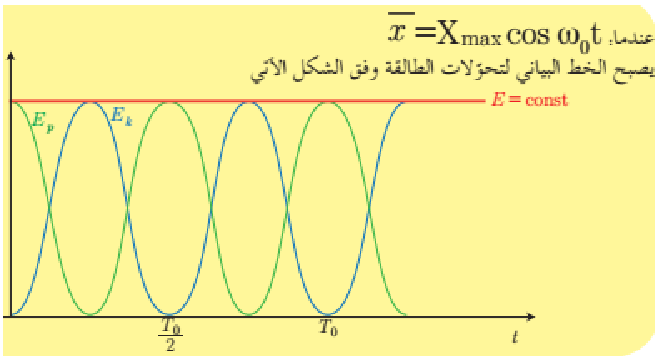
نعوض في (1):

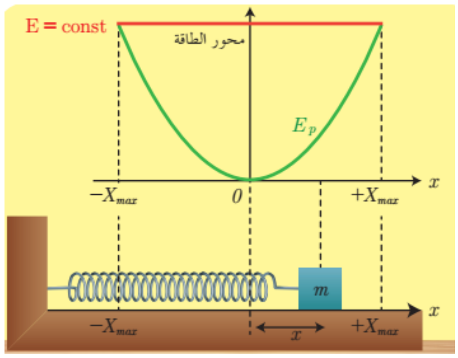
$$E_{tot} = E_P + E_K = \frac{1}{2}KX_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}m\omega_0^2X_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

و لكن: $m\omega_0^2 = K$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}KX_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}KX_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = const$$

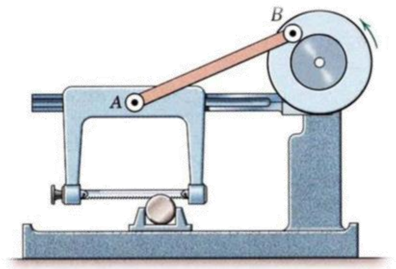




نشاطات

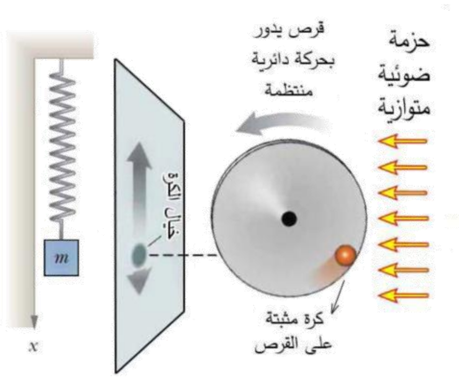
نشاط (1):

يوضّح الشكل المجاور منشار لقطع المعادن يعمل بشكل آليّ من خلال وصله بمحرك كهربائي يدور بسرعة زاوية ثابتة.



- ما شكل مسار حركة النقطة B من البكرة؟ حركة دائرية منتظمة.
- ما شكل مسار حركة النقطة A من المنشار؟ حركة مستقيمة.
- باتجاه واحد حركة النقطة *A* ام باتجاهين متعاكسين؟ باتجاهين متعاكسين.
- هل حركة النقطة A باتجاه واحد أم باتجاهين؟

نشاط (2):



- أثبت كرة صغيرة بالقرب من محيط قرص قابل للدوران حول محور كما في الشكل.
- أسلط حزمة ضوئية بشكل أفقي ليتشكل خيال للكرة في مستو شاقولي.
- أدير القرص بسرعة زاوية ثابتة عن طريق محرك كهربائي.
- أصف حركة خيال الكرة على المستو الشاقولي؟

حركة الخيال مستقيمة باتجاهين متعاكسين.

- أقارن حركة الخيال مع حركة جسم معلق بنابض شاقولي. نلاحظ أن حركة الخيال تشابه حركة جسم معلق بنابض شاقولي.

أستنتج:

حركة الخيال هي حركة اهتزازية إلى جانبي نقطة ثابتة تسمى مركز الاهتزاز.

نشاط (3):

أترك كرة معدنية صغيرة دون سرعة ابتدائية على طرف وعاء أملس مقعر كما هو موضّح بالشكل:

- هل تتحرّك الكرة باتجاه واحد بالنسبة للنقطة A؟

تتحرك الكرة بالاتجاهين.

- ماذا تمثّل النقطة A بالنسبة لحركة الكرة؟

تمثل مركز الاهتزاز.

- هل سرعة الكرة ثابتة في أثناء حركتها؟

سرعة الكرة متغيرة.

- في أي موضع تنعدم سرعة الكرة؟

تنعدم في الوضعين الطرفين.

أستنتج:

الحركة الاهتزازية: حركة جسم يهتز إلى جانبي نقطة ثابتة تسمى مركز الاهتزاز، أو مركز التوازن.

نشاط (4):

العلاقة بين الحركة الدائرية المنتظمة، والحركة التوافقية البسيطة

(تمثيل فرينل):

في الشكل المجاور تدور نقطة مادية M بحركة دائرية منتظمة

سرعتها الزاوية ω_0 وشعاع الموضع (شعاع نصف القطر) $\overrightarrow{OM}$

طويلته X_{max} :

-أسمي الزاوية التي يصنعها $\overrightarrow{OM}$ مع المحور $\overrightarrow{xx'}$ في اللحظة t=0؟

-أسمي الزاوية التي يصنعها $\overrightarrow{OM}$ مع المحور $\overrightarrow{xx'}$ في اللحظة t؟

- أحدّد إن كانت طويلة الشعاع $\overrightarrow{OM}$ ثابته أم متغيّرة في أثناء الدوران؟

- أحدّد إن كان مسقط الشعاع $\overrightarrow{OM}$ على المحور $\overrightarrow{xx'}$ يتغير في أثناء الدوران؟

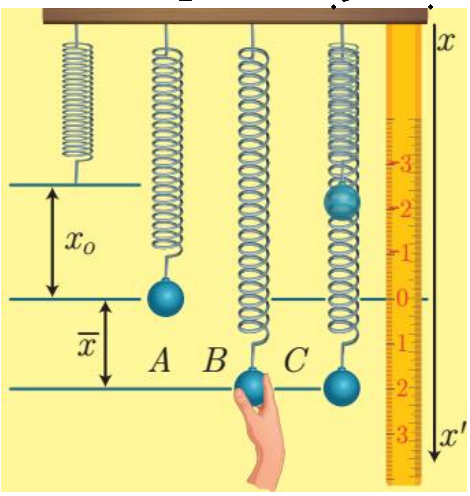
النتائج:

- الطور الابتدائي للحركة $\bar{\varphi}$ هو الزاوية بين الشعاع $\overrightarrow{OM}$ والمحور $\overrightarrow{xx'}$ في اللحظة t=0.
- طور الحركة $(\omega_0 t + \varphi)$ هو الزاوية بين الشعاع $\overrightarrow{OM}$ والمحور $\overrightarrow{xx'}$ في اللحظة t.
- سعة الحركة X_{max} هي طويلة الشعاع $\overrightarrow{OM}$ الثابتة أثناء الدوران.
- النبض الخاص للحركة ω_0 يقابل السرعة الزاوية الثابتة التي تدور بها النقطة M.
- مطال الحركة $\bar{x}$ هو مسقط الشعاع $\overrightarrow{OM}$ على المحور $\overrightarrow{xx'}$ وهو متغيّر بتغيّر الزمن.
- النسبة: $\frac{\bar{x}}{X_{max}} = \cos(\omega_0 + \bar{\varphi})$.
- التابع الزمني لحركة المسقط تابع جيبي من الشكل: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ الحركة جيبية انسحابية (توافقية بسيطة).

نشاط (5):

1- أعلق كرة كتلتها m بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، ثابت صلابته k، ماذا ألاحظ؟

يستطيل النابض مسافة x_0.



2- أحدّد القوى المؤثرة في الكرة بعد توازنها؟

$\overrightarrow{F_{S0}}.\overrightarrow{W}$

3- أشدّ الكرة نحو الأسفل مسافة مناسبة (ضمن حدود مرونة النابض) دون أن أتركها، وأحدّد القوى المؤثرة في الكرة عندئذ؟

$\overrightarrow{F_S}.\overrightarrow{W}$ قوة شد المجرب

4- أقارن بين قوة توتر النابض في الحالة A، وفي الحالة B؟

نلاحظ $F_{S_0} < F_S$

5- أترك الكرة لتتحرّك (الحالة c)، وألاحظ شكل مسار حركتها.

مسار الحركة مستقيم

1- ما طبيعة حركة الكرة عند اقترابها من مركز الاهتزاز؟ وعند ابتعادها عنه؟

عند الاقتراب من مركز الاهتزاز متسارعة، عند الابتعاد عن مركز الاهتزاز متباطئة

2- أحدّد المواضع التي تنعدم فيها السرعة.

تنعدم السرعة عند الوضعين الطرفين

نشاط(6):

أحدّد المواضع التي تكون فيها كل من الطاقتين الحركية والكامنة:

a) عظمى.   b) معدومة.

- عند الوضعين الطرفيين $x = \mp X_{max}$ يكون:

$$v = 0 \rightarrow E_K = 0 \rightarrow E = E_p$$

أي الطاقة الكلية للمتحرك هي طاقة كامنة فقط.

- عند مرور المتحرك في وضع التوازن يكون:

$$x = 0 \rightarrow E_p = 0 \rightarrow E = E_k$$

أي الطاقة الكلية للمتحرك هي طاقة حركية فقط.

ورقة عمل النواس المرن

اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) يتألف النواس المرن من جسم صلب كتلته m معلق بنابض مرن مهمل الكتلة ثابت صلابته k .
النبض الخاص لحركته w_0

نستبدل بالجسم جسما اخر كتلته $m' = 2m$ وبالنابض نابضا اخر ثابت صلابته $k' = \frac{1}{2}k$
فيصبح النبض الخاص بالنواس w_0'.

A	$w_0' = 4w_0$	B	$w_0' = \frac{w_0}{2}$	c	$w_0' = 2w_0$	d	$w_0' = \frac{w_0}{4}$

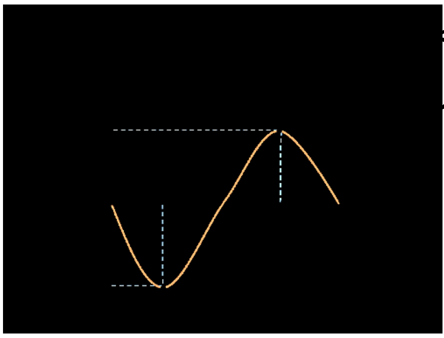
2) حركة توافقية بسيطة سعة اهتزازها X_{max} دورها الخاص T_0 نضاعف سعة الاهتزاز فيصبح دورها الخاص T_0'
يساوي :

A	$T_0' = 2T_0$	b	$T_0' = T_0$	c	$T_0' = \frac{T_0}{2}$	d	$T_0' = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$

3) يمثل الشكل البياني المجاور ،تغيرات السرعة بدلالة الزمن لجسم
يتحرك حركة توافقية بسيطة فان سعة الحركة لهذا
الجسم X_{max} تساوي :

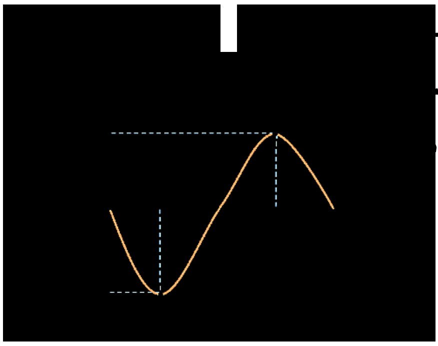
A	$0,02m$	b	$0,04m$	c	$0,08m$	d	$0,16m$

يمثل الشكل البياني المجاور لتغيرات السرعة بدلالة الزمن لجسم م
بنابض مرن يتحرك حركة توافقية بسيطة فان التابع الزمني للسر



A	$\bar{v} = 0{,}08\pi \sin \pi\, t$	b	$\bar{v} = -0{,}08\pi \sin \frac{\pi}{2} t$
c	$\bar{v} = -0{,}08\pi \cos \pi\, t$	d	$\bar{v} = 0{,}08\pi \cos \frac{\pi}{2} t$

4) يمثل الشكل البياني المجاور لتغيرات السرعة بدلالة الزمن لجسم م
بنابض مرن يتحرك حركة توافقية بسيطة فاذا علمت ان سعة هذ
الحركة هي $X_{max} = 0{,}2m$ ، فتكون قيمة الدور الخاص للنواس



A	$\frac{1}{4} s$	b	$\frac{1}{2} s$
c	$4\ s$	d	$2s$

الأسئلة النظرية:

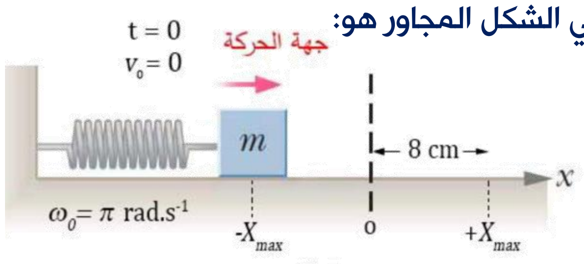
- ❖ انطلاقا من التابع الزمني لسرعة الجسم المعلق بالنابض المرن $v = -w_0 X_{max} sin(w_0 t)$ استنتج تسارع الجسم بدلالة المطال ثم حدد الأوضاع التي يكون فيها تسارع الجسم اعظميا و معدوما .
- ❖ انطلاقا من العلاقة $(x)''_t = \frac{-k\,x}{m}$ برهن ان حركة الجسم الصلب المعلق بالنابض في النواس المرن غير المتخامد حركة جيبية انسحابية (توافقية بسيطة) .
- ❖ انطلاقا من التابع الزمني للمطال في النواس المرن $X = X_{max} cos(w_0 t)$ استنتج تابع التسارع للجسم بدلالة مطال الحركة ثم حدد باستخدام العلاقات المناسبة الاوضاع التي يكون فيها التسارع اعظميا و معدوما.
- ❖ برهن ان محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن هي قوة ارجاع تعطى بالعلاقة $F = -kx$
- ❖ انطلاقا من التابع الزمني لمطال النواس المرن $X = X_{max} cos(w_0 t)$ استنتج التابع الزمني لسرعة الجسم المعلق بالنابض ثم حدد باستخدام العلاقات المناسبة الأوضاع التي يكون فيها سرعة الجسم اعظمياً او معدوما .
- ❖ نثبت الى بداية ساق افقية ملساء طرف نابض مرن مهمل الكتلة ، نثبت الى النهاية الثانية جسما صلبا كتلته m لنشكل نواس مرن حركته جيبية انسحابية التابع الزمني لمطاله $X = X_{max} \cos(w_0 t)$ والمطلوب : استنتج عبارة الطاقة الميكانيكية للنواس المرن ثم حدد شكل الطاقة لحظة المرور بوضع التوازن.

حديث مسائل النواس المرن

تمرينات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1- تابع المطال الذي يصف حركة الهزازة الجيبية في الشكل المجاور هو:



a) $x = 0.08\cos(\pi t + \pi)$

b) $x = 8\cos(\pi t - \pi)$

c) $x = 0.008\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

d) $x = 0.8\cos(\pi t)$

....

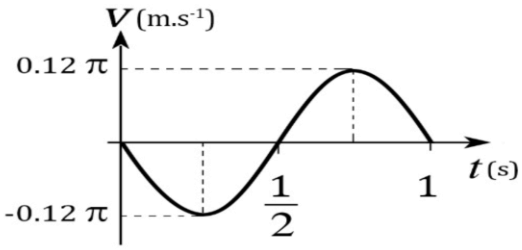
....

....

....

....

2- الرسم البياني جانباً يمثّل تغيّرات السرعة مع الزمن لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرّك بحركة توافقية بسيطة، فيكون التابع الزمني للسرعة هو:



a) $v = 0.06\pi\cos\pi t$

b) $v = -0.06\pi\cos 2\pi t$

c) $v = -0.12\pi\sin 2\pi t$

d) $v = 0.12\pi\sin\pi t$

....

....

....

....

....

3- يمثّل الشكل المجاور هزازتان توافقيتان (1) و (2) تنطلقان من الموضع نفسه، وفي اللحظة نفسها،

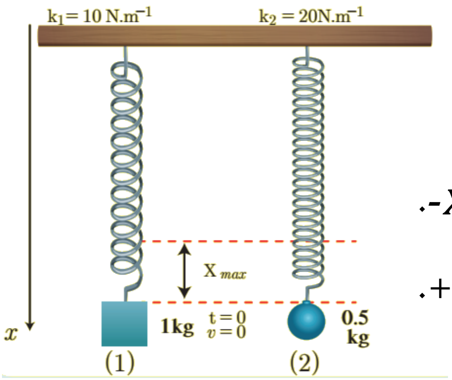
فإنّهما بعد مضي 3s من بدء حركتهما:

a) تلتقيان في مركز الاهتزاز.

b) تلتقيان في الموضع $+X_{max}$.

c) لا تلتقيان لأن مطال الأولى $+X_{max}$ ومطال الثانية $-X_{max}$.

d) لا تلتقيان لأن مطال الأولى $-X_{max}$ ومطال الثانية $+X_{max}$.



....

....

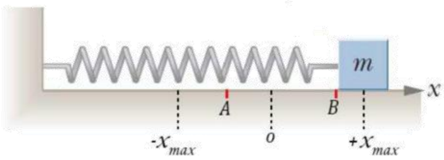
....

....

....

ثانياً :أجب عن الأسئلة الآتية:

1- أثبت صحة العلاقة: $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقية البسيطة.



....

....

....

....

....

-2 نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k ، مثبّت من أحد طرفيه، ويربط بطرفه الآخر جسم صلب كتلته m يمكنه أن يتحرك على سطح أفقي أملس ، كما في الشكل المجاور ، نشد الجسم مسافة أفقية مناسبة ، و نتركه دون سرعة ابتدائية. المطلوب:

a) ادرس حركة الجسم، واستنتج التابع الزمني للمطال.

b) استنتج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} في كل من الموضعين الطرفيين A و B:

$x_A = -\frac{X_{max}}{2}$ و $x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ وماذا تستنتج؟

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

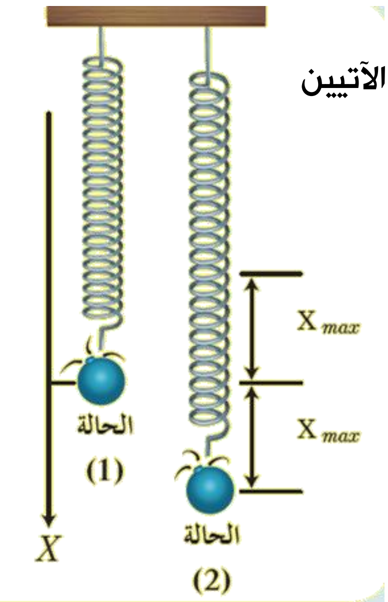
....

....

3- جسم معلّق بنابض مرن شاقولي حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص،
ما نوع حركة الجسم بعد انفصاله عن النابض في كل من الموضعين الآتيين ولماذا:

a) مركز الاهتزاز، وهو يتحرك بالاتجاه السالب؟

b) المطال الأعظمي الموجب؟



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

النواس الفتل

دراسة حركة نواس الفتل

ادرس حركة ساق معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي مبيناً طبيعة حركتها ثم استنتج علاقة دورها الخاص.

- القوى الخارجية المؤثرة في الساق: قوة التوتر $\vec{T}$ ، قوة الثقل $\vec{W}$.

-عندما ندير الساق زاوية θ عن وضع توازنها في مستوي أفقي تنشأ في السلك مزدوجة فتل $\vec{\eta}$ تقاوم عملية الفتل تعمل على إعادة الساق الى وضع توازنها عزمها هو عزم إرجاع يتناسب طرداً مع زاوية الفتل θ ويعاكسها بالإشارة:

$$\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -k\overline{\theta}$$

- بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني حول محور Δ منطبق على سلك الفتل الشاقولي:

$$\sum \Gamma_{\Delta} = I_{\Delta}\overline{\alpha}$$

حيث I_{Δ} عزم عطالة الساق حول محور الدوران Δ (السلك) $\overline{\alpha}$ التسارع الزاوي.

$$\Gamma_{\vec{w}/\Delta} + \Gamma_{\vec{T}/\Delta} + \Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = I_{\Delta}\overline{\alpha} \qquad ----- (1)$$

إن عزم كلاً من قوة الثقل $\vec{W}$ وقوة التوتر $\vec{T}$ معدوم لأنّ حامل كل منهما منطبق على محور الدوران Δ.

عزم مزدوجة الفتل $\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -k\overline{\theta}$.

$$0 + 0 - k\overline{\theta} = I_{\Delta}\overline{\alpha}$$

$$-k\overline{\theta} = I_{\Delta}(\overline{\theta})''_t$$

$$(\overline{\theta})''_t = -\frac{k}{I_{\Delta}}\overline{\theta} \qquad ---- (2)$$

المعادلة (2) هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\overline{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

وللتأكد من الحل نشتق مرتين بالنسبة بالزمن:

$$\omega = (\overline{\theta})'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \overline{\varphi}) \quad \text{(تابع السرعة الزاوية)}$$

$$\alpha = (\overline{\theta})''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi}) \quad \text{(تابع التسارع الزاوي)}$$

$$(\overline{\theta})''_t = -\omega_0^2\overline{\theta} \qquad ---- (3)$$

بموازنة العلاقتين (2) و (3) نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_{\Delta}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}} > 0$$

وهذا ممكن لأن k ، I_{Δ} موجبان أي أنّ حركة نواس الفتل جيبية دورانية تابعها الزمني من الشكل:

$$\boxed{\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})}$$

$\bar{\theta}$: المطال الزاوي في اللحظة t واحدته rad. θ_{max} المطال الزاويّ الأعظمي (السعة الزاوية) واحدته rad.

ω_0: النبض الخاص للحركة واحدته $rad.s^{-1}$. φ الطور الابتدائي للحركة واحدته rad.

لاستنتاج علاقة الدور الخاص للنواس

وجدنا أن:

$$\left.\begin{array}{l}\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}\\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K}}}$$

أستنتج من هذه العلاقة أن الدور الخاص لنواس الفتل:

- لا يتعلق بالسعة الزاويّة للحركة θ_{max}.
- يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة جملة النواس حول محور الدوران (سلك الفتل).
- يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل السلك.

ملاحظة:

يعطى ثابت فتل السلك بالعلاقة: $\boxed{k = k' \frac{(2r)^4}{l}}$

حيث: k' ثابت يتعلق بنوع مادة السلك، 2r قطر السلك، l طول السلك.

وحسب العلاقة السابقة نلاحظ أن دور النواس ينقص بنقصان طول سلك الفتل.

التشابه الشكلي بين النواس المرن ونواس الفتل

النواس المرن	النواس الفتل
جيبية انسحابية	جيبية دورانية
المطال $\bar{x}$ (m)	مطال زاوي $\bar{\theta}$ (rad)
السرعة $\bar{v} = (\bar{x})'_t$ $(m.s^{-1})$	السرعة الزاوية $\omega = (\bar{\theta})'_t$ $(rad.s^{-1})$
التسارع $\bar{a} = (\bar{x})''_t$ $(m.s^{-2})$	التسارع الزاوي $\alpha = (\bar{\theta})''_t$ $(rad.s^{-2})$
كتلة m (kg)	عزم عطالة I_{Δ} $(kg.m^2)$
ثابت الصلابة k $(N.m^{-1})$	ثابت الفتل K $(m.N.rad^{-1})$
قوة الارجاع F (N)	عزم الارجاع Γ $(m.N)$
الطاقة الكامنة المرونية $E_P = \frac{1}{2}kx^2$	الطاقة الكامنة المرونية $E_P = \frac{1}{2}k\theta^2$
الطاقة الحركية $E_k = \frac{1}{2}mv^2$	الطاقة الحركية $E_k = \frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2$
الطاقة الميكانيكية $E = \frac{1}{2}kx_{max}^2$	الطاقة الميكانيكية $E = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2$

ورقة عمل النواس الفتل

اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

1. عزم الارجاع في النواس الفتل يعطى بالعلاقة:

$\bar{\Gamma} = k^2\theta^2$	d	$\bar{\Gamma} = k^2\theta$	c	$\bar{\Gamma} = k\bar{\theta}$	B	$\bar{\Gamma} = -k\bar{\theta}$	A

2. نواس فتل دوره الخاص $2\ s$ نجعل طول سلك الفتل فيه ربع ما كان عليه فصبح دوره الخاص الجديد :

$0{,}5\ s$	d	$1\ s$	c	$4\ s$	B	$8\ s$	A

3. نواس فتل طول سلك الفتل فيه l دوره T_0 نجعل سلك الفتل $2l$ فيصبح دوره الخاص $T_0{}'$:

$T_0' = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$	d	$T_0' = \sqrt{2}T_0$	c	$T_0' = \frac{T_0}{2}$	B	$T_0' = 2T_0$	A

4. نواس فتل دوره الخاص T_0 نزيد من عزم عطالته حتى أربعة أمثال ماكان عليه فيصبح دوره الخاص الجديد :

$T_0' = 0.25\ T_0$	d	$T_0' = 2\ T_0$	c	$T_0' = 0.5\ T_0$	B	$T_0' = 4\ T_0$	A

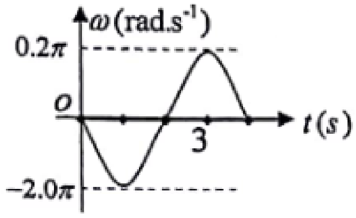
5. يتحرك نواس فتل غير متخامد حركة جيبية دورانية سعتها $\theta_{max} = \pi\ rad$ فاذا كان دوره الخاص $2s$ تكون القيمة المطلقة للسرعة الزاوية لحظة المرور بوضع التوازن مقدرة $rad\ s^{-1}$ مساوية:

π^2	d	0	c	$\frac{\pi}{2}$	B	π	A

6. نواس فتل طول سلكه l دوره الخاص T_0 نجعل طول السلك الفتل نصف ماكان عليه فيصبح دوره الجديد:

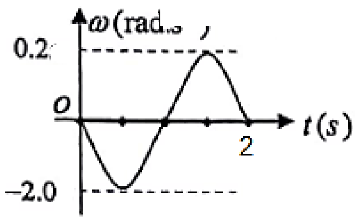
$T_0' = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$	d	$T_0' = \sqrt{2}T_0$	c	$T_0' = \frac{T_0}{2}$	B	$T_0' = T_0$	A

7. يمثل الخط البياني جانبا الى تغيرات السرعة الزاوية لنواس فتل بتغير الزمن فان تابع السرعة الزاوية الذي يمثله المنحني



$\bar{w} = 0{,}4\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$	B	$\bar{w} = 0{,}2\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$	A
$\bar{w} = -0{,}4\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$	D	$\bar{w} = -0{,}2\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$	C

8. يمثل الخط البياني جانبا الى تغيرات السرعة الزاوية لنواس فتل بتغير الزمن فان تابع السرعة الزاوية الذي يمثله المنحني



$\bar{w} = -0{,}4\sin(2t)$	B	$\bar{w} = -0{,}2\sin(2t)$	A
$\bar{w} = -0{,}4\sin(\pi t)$	D	$\bar{w} = -0{,}2\sin(\pi t)$	C

الأسئلة النظرية :

❖ انطلاقا من العلاقة $(\theta)_t'' = \frac{-k\theta}{I_\Delta}$ برهن ان حركة النواس الفتل الغير متخامد هي حركة جيبية دورانية ثم استنتج علاقة الدور الخاص بالنواس .

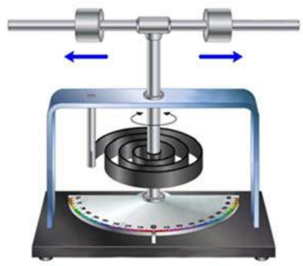
حديث مسائل النواس الفتل

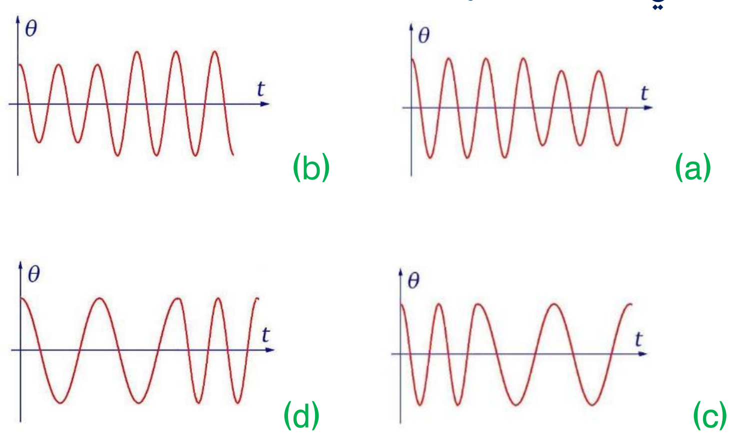
الحركة والتحريك
الكهرباء والمغناطيسية
الأمواج المستقرة
الإلكترونيات
الفيزياء الفلكية

تمرينات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1- يهتز نواس فتل بدور خاص T_0 ، في لحظة ما أثناء حركته ابتعدت الكتلتان عن محور الدوران بالمقدار نفسه كما هو موضّح بالشكل، فالرسم البياني الذي يعبّر عن تغيّر المطال الزاوي مع الزمن في هذه الحالة هو:





....

....

2- ميقاتيه تعتمد في عملها على نواس فتل كما في الشكل المجاور، ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها، قدّم الطلاب مقترحاتهم، فإن الاقتراح الصحيح هو:

a) زيادة طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

b) زيادة كتلة القرص مع المحافظة على قطره.

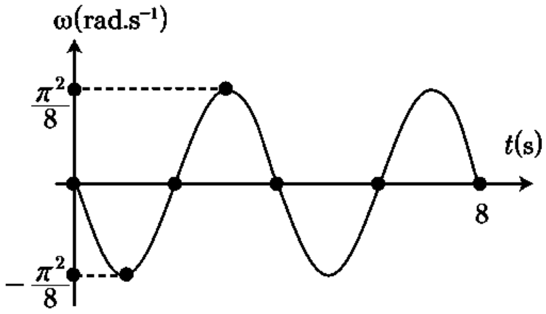
c) إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

d) زيادة قطر القرص مع المحافظة على كتلته.

....

....

3- يمثّل الرسم البياني المجاور تغيّرات السرعة الزاوية لنواس فتل بتغيّر الزمن، فإنّ تابع السرعة الزاوية الذي يمثله هذا المنحني هو:



a) $\omega = \frac{\pi^2}{8}\sin 3\pi t$

b) $\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin 2\pi t$

c) $\omega = +\frac{\pi^2}{8}\sin \frac{\pi}{2} t$

d) $\omega = -\frac{\pi^2}{8}\sin \frac{\pi}{2} t$

....

....

....

....

ثانياً :أجب عن الأسئلة التالية:

1- انطلاقاً من مصونية الطاقة الميكانيكية برهن أنّ حركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية.

....

....

....

....

....

....

....

....

2- نعلق ساقين متماثلتين بسلكي فتل متماثلين طول الأول l_1 وطول الثاني l_2 ، فإذا علمت أن $T_{0_1} = 2T_{0_2}$ أوجد العلاقة بين طولي السلكين

....

....

....

....

....

ثانياً :أجب عن السؤالين الآتيين:

1- يحاولُ العلماءُ عندَ دراستهم خصائصَ الجسيماتِ تحريكَها بسُرعاتٍ كبيرةٍ جداً باستخدام المسرّعات، هل يمكنُ أنْ تصلَ سرعةُ هذه الجسيماتِ إلى سرعةِ انتشارِ الضوء في الخلاء تماماً؟ لماذا؟

....

....

2- يقفُ جسمٌ ساكنٌ عند مستوٍ مرجعيّ (سطح الأرض مثلاً) ما قيمةُ طاقتهِ الحركيّة عندئذٍ؟ وما قيمةُ طاقتهاِلكامنة الثقاليّة بالنسبة للمستوي المرجعيّ؟ هل طاقتُه الكليّةُ النسبيّة معدومة؟ ولماذا؟

....

....

....